Ein Schwerpunktproblem

Anton Held

Ist es möglich, Spielkarten, Holzklötze oder ähnliche Quader lose aufeinander liegend so nacheinander über eine Kante vorkragen zu lassen, daß schließlich die oberste Karte, der oberste Klotz mit seiner vollen Länge übersteht, ohne daß das System kippt?

Um gleichzeitig mit theoretischen Überlegungen das Problem auch experimentell zu lösen, nimmt man am besten eine Anzahl, mindestens jedoch vier, gleichartige, möglichst homogene nicht zu kleine Holzquader, z.B. von einem Kantholz abgeschnitten. Deren Schwerpunkte liegen jeweils in der Körpermitte, was durch Markieren der Mittelpunkte der Seitenflächen angedeutet wird: S_1, S_2, S_3, S_4, ...

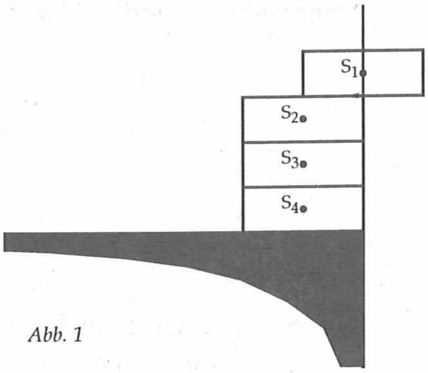


Abb. 1

Danach stapelt man alle Holzquader mit den Vorderkanten bündig an der scharfen Kante eines Tisches und schiebt den obersten Quader über die festgehaltenen anderen solange vor, bis er gerade noch nicht kippt (Abb. 1): Das ist genau dann der Fall, wenn er $l/2$ vorsteht, sein Schwerpunkt S_1 sich genau über der Kante des darunterliegenden Quaders und des Tisches befindet.

Nun schiebt man den ersten mit dem zweiten, darunterliegenden Quader gemeinsam weiter vor, bis das System gerade noch nicht kippt. Dies ist dann der Fall, wenn der gemeinsame Schwerpunkt ${}_1S_2$ genau über der Kante des dritten Quaders und auch der Tischkante liegt. Eine geometrische Konstruktion (Abb. 2) weist das zusätzlich nach, weil der Schwerpunkt ${}_1S_2$ in der Mitte der Strecke S_1 S_2 liegen muß. Die angreifenden Kräfte (Gewichte) verhalten sich wie 1:1 und nach dem Hebelgesetz ebenso die Kraftarme. Der zweite Quader kragt jetzt um $l/4$ vor, der erste schon um $l/2 + l/4 = 3l/4$ (Abb. 2)

Zur weiteren Verfolgung des Problems ist es günstiger, zuerst theoretische Überlegungen anzustellen.

Im System der Quader 1 und 2 mit dem gemeinsamen Schwerpunkt ${}_1S_2$ und dem dritten Quader mit dem

Dr. Anton Held, Spielzeugmuseum Salzburg

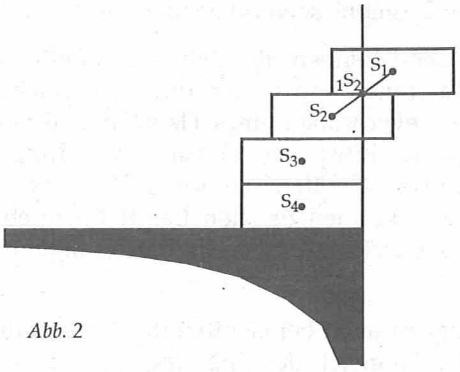


Abb. 2

Schwerpunkt S_3 verhalten sich die Gewichte nun wie 2:1. Der neue Gesamtschwerpunkt ${}_2S_3$ muß daher die Gerade ${}_1S_2$ S_3 (den Hebelarm) im umgekehrten Verhältnis 1:2 teilen. Mit dem Strahlensatz ist das schnell zu lösen (Abb. 3): ${}_2S_3$ liegt genau $l/6$ hinter der Kante von Quader 3. Man kann daher dieses 3-Quadersystem um $l/6$ über die Kante von Quader 4 vorschieben, ohne daß das System kippt. Der erste Quader kragt bereits um $l/2 + l/4 + l/6 = 11l/12$ vor.

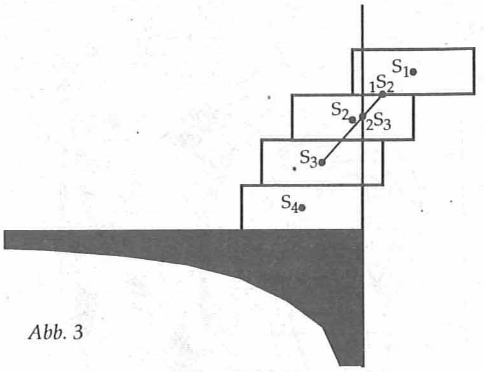


Abb. 3

Den nächsten gemeinsamen Schwerpunkt ${}_3S_4$ findet man auf die gleiche Weise: das Gewichteverhältnis ist 3:1, das Hebelarmverhältnis 1:3, und es ergibt sich eine weitere Überkraglänge von $l/8$. (Abb. 4) Man zeichnet am besten die Entfernung $l/8$ auf der Seitenfläche von Quader 4 an und schiebt alle vier Quader um diese Stück vor. Dadurch kragt nun Quader 1 um $l/2 + l/4 + l/6 + l/8 = 25l/24$ vor, also um mehr als eine ganze Länge!

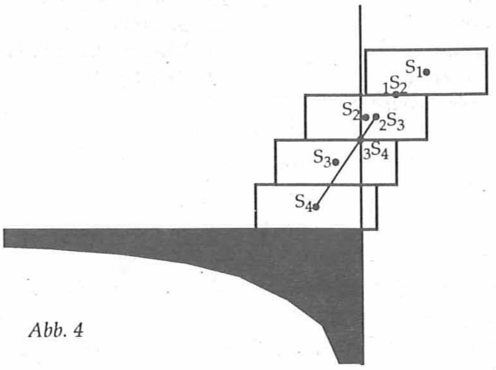


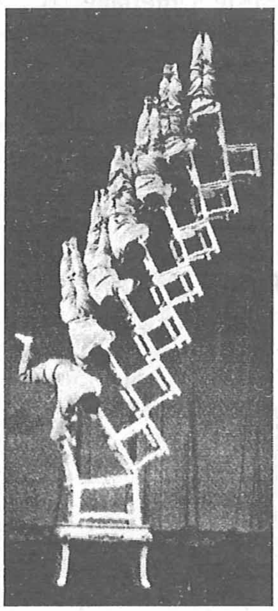
Abb. 4

Die vier durchgeführten Schritte lassen schon erkennen, daß sich die Überkraglänge ü als Funktion der Quaderanzahl n darstellen läßt:

ü	n	Faktor n_{r+1}/n_r
0,5	1	4
1	4	2,75
1,5	11	2,8182
2	31	2,6774
2,5	83	2,7349
3	227	2,7137
3,5	616	
6,5	243397	
7	675214	
		2,71828 ≈ e

Das Vergleichen der Quaderanzahl n zeigt, daß immer genauer ein konstanter Vervielfältigungsfaktor auftritt, nämlich schließlich die Eulersche Zahl *e*.

Somit kann man schließlich jede beliebige Extremfrage beantworten: Zum Beispiel wieviele gleiche Spielkarten benötigt werden, um die oberste Karte 20 Überlängen (d.s. 40 halbe Überlängen) vorkragen zu lassen. Wenn man die ersten sechs halben Überlängen wegen zu geringer Näherung an e wegläßt, berechnet sich für 34 Halblängen $n = 227 \,.\, e^{34} = 227 \,.\, 5{,}834484.10^{14} = 1{,}324428.10^{17}$. Das sind ungefähr 132000 Billionen Spielkarten! Jedenfalls ganz sicher ein Gewichtsproblem!



Anwendung des Stapelproblems im chinesischen Zirkus

Einladung zu einer internationalen Tagung zum naturwissenschaftlichen Unterricht

RIO FOLLOWUP

Eger, Ungarn, 22.-27. August 1994

Der Gipfel in Rio de Janeiro hat gezeigt, daß nach dem Ende des Kalten Krieges lokale und globale Umweltprobleme die zentralen Aufgaben der kommenden Generationen sein werden. Die Konferenz soll die Verbindung zwischen echten Fakten, Umweltanliegen, naturwissenschaftlichem Unterricht und demokratisch-verantwortlichem Handeln herstellen.

Plenarvorträge werden am Vormittag die jüngsten Fakten und Trends zusammenfassen. In den Nachmittagsworkshops werden die pädagogischen Aspekte, sowie Schulprojekte, Computersimulationen, Rollenspiele und Exkursionen vorgestellt und diskutiert.

Der Tagungsbeitrag von \$100 schließt den Tagungsband und den Empfang ein. Quartier und Verpflegung werden mit \$200, Quartier im Studentenheim mit \$50 berechnet.

Plenarvorträge: Humans and Nature. Science, Society, Education. Is Earth a habitable planet? The CO_2 Greenhouse. Earth, Gaia and their History. Entropy, Environment and Life. Discovery and Fate of the Ozone Hole. Sunspots and Climatic Variations. Report from Chernobyl. Consequences of Atmospheric Nuclear Tests. Health Effects of Low-Level Radiation. Health effects of Indoor-Radon. Beyond the Limits of Growth.

Workshops: Education in Global Change. Global Warming Game. Science Education an Public Relations. Monitoring Acid Rain. Themodynamics of Sunlight. Teaching Solar Energy. Monitoring of UV-B Radiation. School Network for Radon Monitoring in UK. Physics Education to Understand the World. European Forum of Physics Education. The Place of Environment in Science Education.

Veranstalter sind: International Council of Scientific Unions, International Union of Pure and Applied Physics, UNESCO, International Centre for Theor. Physics in Triest, Ungarische Akademie der Wissenschaften, Universität Budapest, u.a.

Auskünfte zu dieser Tagung können bei H. Kühnelt eingeholt werden.

Anmeldung bis Ende März bei

Prof. Dr. George Marx, Dept. of Atomic Physics, Eötvös Universität Budapest. FAX (0036-1)2660206