Die Elemente des beschleunigten Universums

Physik-Nobelpreis 2011

Helmut Rumpf

Die Soziologie einer Entdeckung

Der Nobelpreis 2011 für Physik wurde „für die Entdeckung der beschleunigten Expansion des Universums durch Beobachtungen ferner Supernovae" zur Hälfte an Saul Perlmutter (University of California, Berkeley, USA) und zur anderen Hälfte gemeinsam an Brian Schmidt (Australian National University, Weston Creek, Australien) und Adam Riess (Johns Hopkins University und Space Telescope Science Institute, Baltimore, USA) verliehen. Bei den Preisträgern handelt es sich um die Leiter zweier rivalisierender internationaler Teams beobachtender Astronomen, nämlich des „Supernova Cosmology Project" einerseits und des „High-Z Supernova Search Team" andererseits. Beide Projekte sind derzeit noch im Gange, ihre Anfänge reichen in die 1980er Jahre zurück. Die preisgekrönte Entdeckung wurde nach jahrelangen Beobachtungen im Jahr 1998 veröffentlicht und damals von der angesehenen Fachzeitschrift Science als „Breakthrough of the Year", also die bedeutendste naturwissenschaftliche Entdeckung des Jahres, gewürdigt. Die ihr zu Grunde liegenden Beobachtungsergebnisse lassen sich übersichtlich in einem sogenannten Hubble-Diagramm (Abb. 1) darstellen, das die scheinbare Helligkeit weit entfernter Sternexplosionen, sogenannter Supernovae vom Typ Ia, in Abhängigkeit von ihrer kosmologischen Rotverschiebung wiedergibt. Die Brisanz der so erhaltenen Messkurve lag in ihrer theoretischen Interpretation: Die einfachste Erklärung, die immer raschere Expansion des Universums, widersprach nämlich dem etablierten Weltmodell der Kosmologie.

Der Hauptteil dieses Aufsatzes soll zeigen, wie man ausgehend von einfachen Beobachtungen und mit minimalem theoretischem Aufwand (Schulmathematik genügt) zunächst zum alten und dann zum neuen Standardmodell der Kosmologie gelangt. Schließlich wird diese Interpretation des Hubble-Diagramms auch kritisch hinterfragt.

Empirische Grundtatsachen und das Kosmologische Prinzip

Die für die Kosmologie interessanten „Signale" des Universums kommen von weit her und sind nur mit hohem technischen Aufwand zu entschlüsseln. Es gibt jedoch ein kosmologisches „Experiment", das jeder von uns mit minimalem Aufwand selbst durchführen kann: die schlichte Beobachtung, dass der Nachthimmel dunkel ist. Warum ist das bemerkenswert? Schon Johannes Kepler erkannte, dass diese Beobachtung dem (bis ca. 1930 bevorzugten) physikalischen Modell eines – im Mittel – statischen und homogenen unendlichen Universums widerspricht. Dieses von Heinrich Olbers 1826 formulierte Paradoxon enthielt die erste exakte kosmologische Fragestellung: Warum hat der Himmel nicht dieselbe Flächenhelligkeit wie die Sonne? Eine solche ist nämlich bei räumlich und zeitlich konstanter mittlerer Zahldichte der Sterne zu erwarten (wenn letztere auch noch so klein sein mag), weil dann in jeder Blickrichtung ein Stern liegt und die Flächenhelligkeit eines Sterns (zumindest im Rahmen der euklidischen Geometrie) nicht von seinem Abstand abhängt. (Wegen des zu erwartenden thermischen Gleichgewichts fällt auch die Abschirmung durch Dunkelwolken weg, weil Gas- und Staubwolken die Oberflächentemperatur der Sterne annehmen und daher selbst leuchten müssten – mit dem Olbersschen Paradoxon verwandt ist offenbar die historisch erst später aufgeworfene Frage, warum das Universum nicht schon längst den „Wärmetod", d.h. den Zustand maximaler Entropie, erreicht hat.) Die Dunkelheit des Nachthimmels impliziert also, dass das Universum nicht homogen und statisch sein kann (zumindest nicht unter der Voraussetzung der euklidischen Geometrie des Raumes, die sich inzwischen als sehr gut erfüllt erwiesen hat).

Tatsächlich zeigen astronomische Beobachtungen, dass das Universum auf großen Skalen homogen ist. Es gibt zwar eine Hierarchie von Strukturen (Sternhaufen, Galaxien, Galaxienhaufen, ...), aber deren Größe ist mit etwa einer Milliarde Lichtjahre begrenzt (das ist die Ausdehnung der größten zusammenhängenden Strukturen, der sogenannten „großen Mauern"). Zumindest nach Mittelung über diese Skala, die noch immer klein ist im Vergleich zur linearen Ausdehnung des gesamten heute sichtbaren Universums von ca. 10^{11} Lichtjahren, erscheint das Universum homogen. Es kann daher nicht statisch sein. Dieser Schluss wird durch weitere Beobachtungen bestätigt, die eine Evolution des Universums beginnend mit einer sehr heißen Frühphase – dem berühmten „Urknall" – vor ca. 14 Milliarden Jahren belegen.

Ein weiteres wichtiges Beobachtungsresultat ist die Isotropie des Universums, d.h. es ist keine Richtung ausgezeichnet. Homogenität impliziert nicht Isotropie (man denke etwa an einen anisotropen Kristall), aber Isotropie in jedem Punkt impliziert Homogenität. Die Isotropie lässt sich

Ao. Univ.Prof. Dr. Helmut Rumpf, Universität Wien, Fakultät für Physik, AG Gravitationsphysik: E-Mail: helmut.rumpf@univie.ac.at

tatsächlich nur für unseren Beobachtungsort verifizieren. Geht man aber davon aus, dass unser Ort im Universum kein besonderer ist, kommt man zur Aussage des *Kosmologischen Prinzips: Das Universum ist homogen und isotrop.* Diese Aussage ist der Ausgangspunkt für die folgenden theoretischen Überlegungen.

Hubble-Gesetz und Rotverschiebung

Das Kosmologische Prinzip allein lässt auch ein statisches Universum zu. Dieses wird theoretisch erst durch die Dynamik ausgeschlossen. Wir interessieren uns zunächst nur für die kinematischen Konsequenzen des Kosmologischen Prinzips. Was ist das allgemeinste Bewegungsmuster, das mit ihm verträglich ist?

Aus der Isotropie folgt, dass eine Relativbewegung zweier (hinreichend großer) Objekte nur entlang ihrer Verbindungslinie erfolgen kann. Für einen Beobachter bedeutet das, dass sich entweder alle Objekte von ihm entfernen oder sich ihm nähern, jeweils entlang der Sichtlinie. Dieses Muster zeichnet zunächst einen Beobachter vor allen anderen aus, tut es aber genau dann nicht, wenn die Relativgeschwindigkeit v zweier Objekte proportional zu ihrem Abstand r ist, d.h. $v = Hr$ mit einer Konstanten H. Dies ist das berühmte *Hubble-Gesetz.* Die *Hubble-Konstante* H ist orts- und richtungsunabhängig, kann aber mit der Zeit variieren. Dass das Hubble-Gesetz für jeden Beob-achter gilt, macht man sich am besten am eindimensionalen Modell eines Gummibandes klar, indem man auf diesem Marken anbringt, die Beobachter repräsentieren, und es dann auseinanderzieht. Das häufiger verwendete zweidimensionale Ballonmodell ist didaktisch weniger geeignet, weil es erstens ein geschlossenes Universum suggeriert und zweitens die Gefahr birgt, dass der Laie die Expansion des Ballonvolumens statt jener der Ballonoberfläche mit der Expansion des Universumsn identifiziert. Im Hubble-Gesetz sind für v, H und r die Werte zu ein- und demselben Zeitpunkt einzusetzen, was wegen der Relativität der Gleichzeitigkeit die Frage aufwirft, in welchem Bezugssystem diese Aussage gilt. Dieses Bezugssystem wird (bis auf Translation) eindeutig durch die Eigenschaft definiert, dass in ihm das Kosmologische Prinzip gilt. Dieses zeichnet also eine Zeitkoordinate t, die sogenannte kosmische Zeit, aus. Sie wird von Uhren angezeigt, die selbst dem beschriebe-nen Bewegungsmuster folgen und durch die Bedingung synchronisiert werden, dass zu einem (und daher jedem) Zeitpunkt t das Universum räumlich homogen ist.

Wir haben hier das Hubble-Gesetz allein aus dem Kosmologischen Prinzip gewonnen. Historisch wurde es zuerst 1927 von Lemaître aus der allgemeinen Relativitätstheorie hergeleitet. Hubble formulierte das Gesetz 1929 als Resultat jahrzehntelanger Messungen der Rotverschiebung von Galaxienspektren, war sich aber nicht sicher, dass man den Doppler-Effekt für deren Interpretation heranziehen darf. Dem Phänomen der Rotverschiebung wenden wir uns als nächstes zu.

Äquivalent zum Hubble-Gesetz lässt sich die Zeitentwicklung der Abstände im Universum durch einen zeitabhängigen *Skalenfaktor* $a(t)$ beschreiben, so dass ein Abstand, der $r(t_1)$ zum Zeitpunkt t_1 beträgt, zum Zeitpunkt t_2 den Wert $r(t_2) = r(t_1)[a(t_2)/a(t_1)]$ hat. Wie man sieht, ist der Skalenfaktor nur bis auf Multiplikation mit einer Konstanten eindeutig, daher gilt für jeden Abstand $r(t) = a(t)x$ mit einem gewissen konstanten x. Die entsprechende Relativgeschwindigkeit

ist $$v = \frac{dr}{dt} = \dot{a}x = \frac{\dot{a}}{a}r$$

(Der hochgestellte Punkt bedeutet die Zeitableitung.) Wir erhalten also wieder das Hubble-Gesetz $H = \dot{a}/a$ mit Die Relativgeschwindigkeit wird über den Doppler-Effekt gemessen. Die klassische Doppler-Formel für die Verschiebung der Frequenz f einer monochromatischen Lichtquelle,

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{v}{c},$$

(c ist die Lichtgeschwindigkeit und $v > 0$ bedeutet „Flucht") ist nur für Relativgeschwindigkeiten $v << c$ eine gute Näherung. Wir betrachten zunächst den Fall, dass Sender und Empfänger einander so nahe sind, dass $v << c$ und ihre Abstände r_1 und r_2 zum Sende- bzw. Empfangszeitpunkt annähernd denselben Wert r haben. Dann erhalten wir nach Einsetzen des Hubble-Gesetzes

$$\frac{\Delta f}{f} \approx -\frac{\dot{a}r}{ac} \approx -\frac{\dot{a}}{a}\Delta t = -\frac{\Delta a}{a}$$

wo Δt die Lichtlaufzeit und Δa die entsprechende Änderung des Skalenfaktors bedeutet. Für infinitesimale Inkremente gilt daher

$$\frac{df}{f} = -\frac{da}{a}$$

Die Integration dieser Gleichung liefert das Resultat für beliebigen Abstand: $f \propto a^{-1}$ oder für die Wellenlänge $\lambda = c/f \propto a$ bzw.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{r_2}{r_1}$$

Diese sogenannte Rotverschiebungsformel besagt, dass die Wellenlänge des Lichts ebenso der Expansion des Universums unterliegt wie die Abstände der Galaxien. Die numerische Rotverschiebung z wird definiert durch die „Dehnung" der Wellenlänge zwischen Emission und Empfang:

$$z \equiv \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1}$$

Aus der Rotverschiebungsformel folgt für das Verhältnis der Skalenfaktoren zum Zeitpunkt von Empfang bzw. Emission

$$\frac{a_2}{a_1} = 1 + z$$

Die große Überraschung: kosmische Akzeleration

In unsere bisherigen Schlüsse ist noch keinerlei Dynamik eingegangen. Tatsächlich reicht für das prinzipielle Verständnis der Entdeckung des Jahres 1998 folgendes Wissen über die Dynamik des Universums aus: Im großen Maßstab wirkt allein die Schwerkraft, diese ist anziehend und von unbegrenzter Reichweite. Diese Eigenschaften reichen für die Erklärung, warum das Universum nicht statisch sein kann: Ohne Gegenkraft können einander anziehende Objekte nicht in Ruhe verharren.

Newton glaubte ein statisches Universum durch dessen unendliche Ausdehnung erklären zu können: Unter der Voraussetzung der Homogenität ist dann die Gesamtkraft auf jeden Massenpunkt gleich Null. Dieses Argument ist aber trügerisch, weil es nicht ausschließt, dass die Kraft nur im Ruhsystem jedes Massenpunkts verschwindet, während die Massenpunkte relativ zueinander beschleunigt sind. Wir werden im nächsten Abschnitt sehen, dass genau dies der Fall ist. Das Universum muss also entweder expandieren oder kontrahieren. Was von beiden zutrifft, kann nur durch Beobachtung geklärt werden. Diese liefert über die Rotverschiebung eine positive Hubble-Konstante und daher Expansion.

Außerdem ist der folgende Schluss über die Expansionsgeschichte unausweichlich: Wegen der Gravitationsanziehung nimmt die Relativgeschwindigkeit zweier Objekte mit der Zeit ab, d.h. die Expansion des Universums wird gebremst. Daher ist die Zeit $r_0 \,/\, v_0 = H_0^{-1}$ eine obere Schranke für das Alter des Universums T_0 (der Index 0 bezieht sich immer auf die heutigen Werte zeitabhängiger Größen). Denn offenbar waren alle Abstände r einmal gleich 0, und dieser Zustand unendlicher Dichte markiert den als Urknall bezeichneten explosionsartigen zeitlichen Beginn des Universums. Diese mathematische Anfangssingularität ist in der klassischen Gravitationstheorie unvermeidlich, wird aber sicherlich durch Quanteneffekte gemildert.

Wie lässt sich die Abbremsung der Expansion („Dezeleration") des Universums empirisch überprüfen? Dazu stellen wir uns die Frage nach dem heutigen Abstand r_0 eines Objekts, das mit Rotverschiebung z beobachtet wird. Offenbar gilt: Je größer die „normierte" Expansionsgeschwindigkeit $v(t)/r_0$ umso kürzer ist die Zeitspanne zwischen der Emission im Abstand und dem Erreichen des heutigen Abstands r_0, also die Lichtlaufzeit und daher auch die expandierte Lichtlaufstrecke r_0 selbst (explizit ist dies in der Formel für die Funktion $r_0(z)$ zu sehen, die am Ende dieses Abschnitts hergeleitet wird). Im Fall der Dezeleration ist $v(t)/r_0$ auf den heutigen Wert $r_1 = r_0/(z+1)$ abgefallen, im gegenteiligen Fall der „Akzeleration" aber angestiegen. $v(t)/r_0$ war im Fall der Akzeleration also kleiner, der Abstand r_0 ist daher größer als im Fall der Dezeleration. Misst man die Werte von z und r_0 für möglichst viele Objekte, kann man im Prinzip sogar die ganze Expansionsgeschichte des Universums rekonstruieren. Genau das ist das Ziel der Supernovadurchmusterungen.

Die Supernovae werden zur Abstandsbestimmung benötigt. Während nämlich die Messung der Rotverschiebung der Spektrallinien einer fernen Galaxie im Prinzip sehr einfach ist – es ist „nur" ein lichtstarkes Teleskop notwendig –, benötigt die Abstandsmessung Lichtquellen mit bekannter absoluter Leuchtkraft (Strahlungsleistung), sogenannte Standardkerzen. Die hellsten bekannten Standardkerzen sind die als Supernovae vom Typ Ia bezeichneten Sternexplosionen. Sie sind alle von etwa gleicher Leuchtkraft, weil ihnen ein wesentlicher Parameter gemeinsam ist, nämlich die Masse: Ein Weißer Zwerg (das kompakte Endprodukt der Entwicklung eines sonnenähnlichen Sterns, das hauptsächlich aus Kohlenstoff und Sauerstoff besteht) akkretiert so lange Material von einem Partnerstern, bis er die Chandrasekhar-Grenze von ca. 1,4 Sonnenmassen überschreitet. Anschließend kann auch der Fermidruck des entarteten Elektronengases, das den Weißen Zwerg zuvor stabilisiert hat, der Gravitation nicht mehr standhalten. Es kommt zum Kollaps und dadurch zur „Zündung" der Kernfusion, die in die thermonukleare Detonation des ganzen Sterns mündet. Die von den radioaktiven Fusionsprodukten erzeugte Strahlung kann mehrere Wochen lang im sichtbaren Bereich eine ganze Galaxie an Helligkeit übertreffen und macht Supernovae vom Typ Ia bis zu Entfernungen entsprechend $z \approx 1$ von der Erde aus teleskopisch nachweisbar, vom Hubble-Weltraumteleskop sogar noch weiter. Obwohl Supernovae innerhalb einer Galaxie seltene Ereignisse sind, gibt es genügend viele nahe Galaxien, um ihre Entdeckung zu einem Routineereignis zu machen, das ca. wöchentlich stattfindet. Diese Galaxien werden anschließend spektroskopiert und dadurch kennt man ihre Rotverschiebung und Entfernung.

Die Entfernung r_0 folgt aus dem Zusammenhang zwischenscheinbarer Helligkeit (Energiestromdichte) l und der absoluten Leuchtkraft (Strahlungsleistung) L:

$$l = \frac{L}{4\pi r_0^2\,(1+z)^2}$$

Der Nenner setzt sich zusammen aus dem Flächeninhalt der von der (isotrop vorausgesetzten) Strahlung zum Empfangszeitpunkt durchströmten Kugeloberfläche (unter der Annahme euklidischer Geometrie) und dem Quadrat des Rotverschiebungsfaktors $1 + z$, weil sowohl die Photonenrate als auch die Energie pro Photon von der Rotverschiebung betroffen sind.

Die Messergebnisse werden üblicherweise in einem *Hubble-Diagramm* dargestellt: Die Abszisse ist $\log z$ und die Ordinate die (abschwächungskorrigierte) astronomische Größenklasse $m = -(5/2)\log(l/l_*)$; $\log$ steht für den Zehnerlogarithmus und l_* für eine Referenzhelligkeit entsprechend einem Stern 0. Größe. Die Abb. 1 zeigt das historische Diagramm aus dem Jahr 1998 für Supernovae vom Typ Ia zusammen mit theoretischen Vergleichskurven, die drei verschiedene dynamische Weltmodelle repräsentieren (die sie charakterisierenden Parameter Ω_M und Ω_Λ werden im nächsten Abschnitt erläutert). Auf der Ordinate ist statt m der sogenannte Entfernungsmodul $m - M$ (bis auf einen Faktor und eine Verschiebung identisch mit dem Logarithmus der naiven „Leuchtkraftentfernung" $(L/(4\pi l))^{1/2}$)

aufgetragen, wobei M die absolute Größenklasse (definiert als die Größenklasse, unter der das Objekt im Abstand von 10 Parsec = 32,6 Lichtjahren erscheint) bedeutet. (Da die Supernovae keine idealen Standardkerzen sind, variiert M von Fall zu Fall, kann aber auf Grund einer empirischen Relation aus der Lichtkurve, d.h. dem zeitlichen Verlauf der scheinbaren Helligkeit, bestimmt werden.) $\Omega_\Lambda > 0$ impliziert Akzeleration; man sieht, dass die Messdaten ein akzelerierendes Universum gegenüber einem dezelerierenden bevorzugen – wider alle Erwartung!

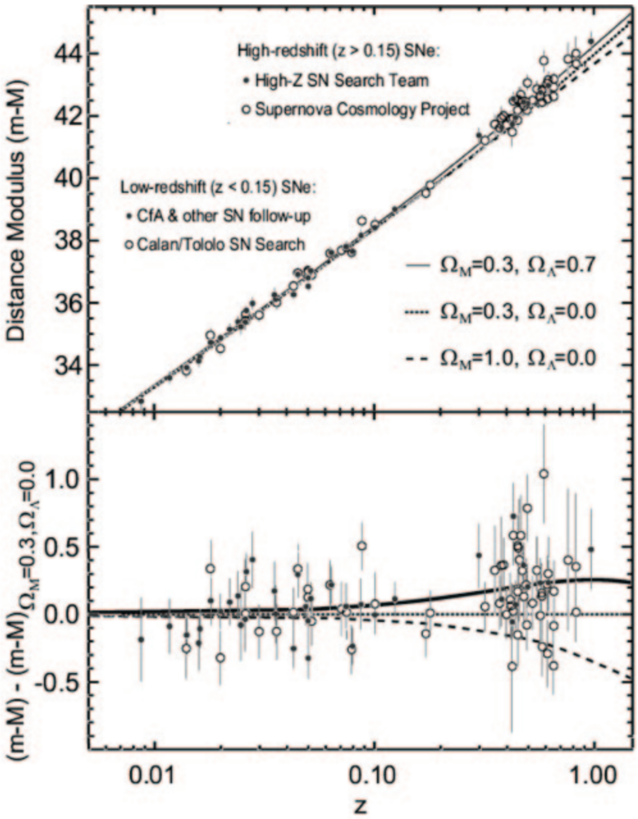

Abb. 1: Hubble-Diagramm aus dem Jahr 1998 in 2 Darstellungen. Die untere „relative" Darstellung verdeutlicht die Abweichung der Messdaten von der Vorhersage des alten Standardmodells $\Omega_M = 0{,}3$, $\Omega_\Lambda = 0{,}0$ dargestellt durch die horizontale punktierte Gerade. Die ausgezogene Linie ist der beste dynamische Fit und entspricht dem neuen Standardmodell $\Omega_M = 0{,}3$, $\Omega_\Lambda = 0{,}7$.

Die theoretischen Kurven im Diagramm beruhen auf der exakten Formel für die Funktion $r_0(z)$ in Termen des dynamisch bestimmten Skalenfaktors $a(t)$ (auf seine Dynamik wird im nächsten Abschnitt eingegangen). Diese Formel gewinnt man durch Betrachten des Lichtwegs vom Objekt zum Beobachter: Das dem Zeitintervall dt entsprechende Inkrement cdt der Lichtweglänge zum Zeitpunkt t wird zum heutigen Abstandsinkrement $dr_0(z)=(a/a(t))cdt$ expandiert. Aus $dt = da/\dot{a}$ und $da = d(a_0/(1+z)) = -(a_0/(1+z)^2)\,dz$ folgt

$$dt = -\frac{a_0}{\dot{a}}\,\frac{dz}{(1+z)^2} \quad \text{und} \quad dr_0 = -\,c\,\frac{a_0}{\dot{a}}\,\frac{dz}{1+z}$$

Integration liefert

$$r_0\,(z) = c\int_0^z \frac{a_0}{\dot{a}}\,\frac{dz'}{1+z'}$$

In diese Formel geht die ganze Expansionsgeschichte seit dem der Rotverschiebung z entsprechenden Zeitpunkt

$$t_1(z) = t_0 - \int_0^z \frac{a_0}{\dot{a}}\,\frac{dz'}{(1+z')^2}$$

ein. Die exakte Abhängigkeit des Faktors $a_0/\dot{a}$ von z wird im nächsten Abschnitt bestimmt (Gleichung (6)). Für $z << 1$ ist es aber sinnvoll, $a(t)$ um t_0 nach Taylor zu entwickeln und bei der 2. Ordnung abzubrechen. Man erhält so

$$r_0 \approx \frac{c}{H_0}\left(z - \frac{1+q_0}{2}\,z^2\right) \quad .$$

Hier ist q_0 der heutige Wert des dimensionslosen Dezelerationsparameters

$$q \equiv -\frac{a\,\ddot{a}}{\dot{a}^2} \quad ,$$

der die Hubble-Beschleunigung $\dot{v} = -H^2 qr$ bestimmt. Negatives q bedeutet daher Akzeleration.

Die Abb. 2 zeigt den Vergleich neuerer Supernova-Messdaten mit rein kinematischen Annahmen über die Zeitentwicklung der Funktion $q(z)$. Einige Messdaten (durch volle Punkte markiert) stammen von Supernovae, die zufällig in der „Ultra Deep Field"-Aufnahme des Hubble-Weltraumteleskops entdeckt wurden, darunter die am weitesten entfernte mit $z \approx 1{,}7$ (dieser Wert ist allerdings nicht spektroskopisch bestätigt). Die Daten entsprechen eindeutig einem negativen q_0 (und zwar $q_0 \approx -0{,}5$), also kosmischer Akzeleration!

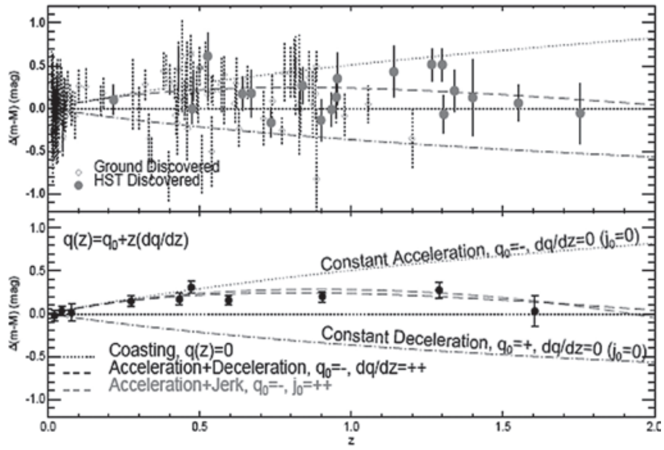

Abb. 2: Relatives Hubble-Diagramm aus dem Jahr 2004, bezogen auf den Fall eines „frei driftenden" Universums ($q = 0$), dargestellt durch die horizontale punktierte Gerade. Im unteren Teil wurden die Daten zur besseren Übersicht gemittelt und gebinnt. Die passendsten kinematischen Modelle beschreiben ein Universum, das zu $z \approx 0{,}5$, d.h. vor ca. 5 Mrd Jahren, von Abbremsung in Beschleunigung überging.

Was treibt die Welt auseinander?

Die kosmische Akzeleration widerspricht offenbar unserer Vorstellung vom anziehenden Charakter der Gravitation. Statt nach einer neuen Wechselwirkung zu suchen stellen wir uns die Frage, ob Gravitation unter Umständen nicht doch abstoßend sein kann. Dazu müssen wir uns etwas genauer mit der Dynamik des Universums befassen. Glücklicherweise reduziert sich die dafür eigentlich zuständige allgemeine Relativitätstheorie in unserem einfachen Weltmodell effektiv auf die Newtonsche Theorie, die allerdings – wie weiter unten ausgeführt – einer Neuinterpretation bedarf. Der Grund für diese Vereinfachung ist das Kosmologische Prinzip. Die darin enthaltene Homogenität impliziert nämlich: Kennen wir die Welt im Kleinen, dann kennen wir sie auch im Großen. Es genügt daher z.B., aus unserem (modellhaft völlig homogenisierten) Universum eine Kugel mit beliebig kleinem Radius r herauszugreifen. Stellen wir uns zunächst einmal vor, dass wir diese Kugel völlig von Materie entleeren, d.h. einen Hohlraum im Universum erzeugen. Die Massenverteilung außerhalb der Hohlkugel ist sphärisch symmetrisch. Das hat bekanntlich in der Newtonschen Theorie die Konsequenz, dass das Gravitationsfeld im Hohlraum verschwindet (eine Aussage der Potentialtheorie, die Newton selbst noch nicht bekannt war). Dieselbe Aussage gilt auch in der allgemeinen Relativitätstheorie (und ist dort als Birkhoff-Theorem bekannt). Wir können also die Kugel so behandeln, als wäre sie von Vakuum umgeben. Füllen wir sie jetzt wieder mit Materie an, bis die mittlere Massendichte des Universums erreicht ist, so besteht wegen der Kleinheit dieser Dichte (ca. 10^{-30}g/cm^3) und der beliebigen Kleinheit der Kugel kein Zweifel daran, dass die Newtonsche Theorie für die Beschreibung dieser Materieverteilung vollauf genügt.

Wir interessieren uns für die Bewegung der Materie in einer dünnen Kugelschale mit Radius $r(t)$. Auf sie wirkt die Gravitationsanziehung der von ihr eingeschlossenen Masse, $M = (4\pi/3)\rho r^3$ wo ρ die räumlich konstante Massendichte des Universums bedeutet. Aus diesem Grunde kann r nicht konstant sein (womit das am Beginn des vorangehenden Abschnitts zitierte Newtonsche Argument widerlegt ist). Da M offenbar zeitlich konstant ist, ist die Zeitentwicklung $r(t)$ bei vorgegebenem $r(t_0)$ und $v(t_0)$ identisch mit der Lösung für den senkrechten Wurf weg von einem sphärischen Himmelskörper der Masse M (solange $r(t)$ größer als der Radius des Himmelskörpers ist). Dieses eindimensionale Problem lässt sich über den Energiesatz lösen. Die Energie pro Masse in der Kugelschale ist die Summe aus der spezifischen kinetischen und der spezifischen potenziellen Energie (letztere enthält die Newtonsche Gravitationskonstante G):

$$\frac{\dot{r}^2}{2} - \frac{GM}{r} = const = -\frac{k}{2} \qquad (1)$$

oder

$$\dot{r}^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} r^2 - k \qquad (2)$$

Das Vorzeichen von k (bzw. der Gesamtenergie) entscheidet darüber, ob das Universum ewig expandiert ($k<0$, entspricht dem Überschreiten der Fluchtgeschwindigkeit beim Wurf) oder es zur Umkehrung der Expansion in Kontraktion kommt ($k > 0$, entspricht einem Wurf mit endlicher Maximalhöhe). Der Grenzfall $k=0$ ist gleichbedeutend mit

$$\rho = \frac{3H^2}{8\pi G} = \rho_{crit} \ ,$$

wo wir gemäß dem Hubble-Gesetz $\dot{r}/r = H$ gesetzt haben. Zum Rekollaps kommt es nur, wenn $\rho > \rho_{crit}$.

Da die Gleichung (1) eine Konsequenz des Newtonschen Gravitationgesetzes ist, schließt sie die kosmische Akzeleration aus: $\dot{r}$ nimmt monoton ab. Die einzige Möglichkeit, im Rahmen der Newtonschen Theorie Akzeleration zu erhalten, besteht darin, die Masse M negativ zu machen. Diese mathematische Möglichkeit ist aber aus physikalischen Gründen auszuschließen: Die kinetische Energie eines Teilchen mit negativer Masse ist nicht nach unten beschränkt. Solchen Teilchen könnte man daher beliebig viel Energie entziehen, und das würde die Welt auf katastrophale Weise destabilisieren.

Wir wissen bereits, dass die Gleichung (2) auch in der allgemeinen Relativitätstheorie gilt, so dass es scheint, als könnte auch diese Theorie die Akzeleration nicht erklären. Was aber letztlich weiterhilft, ist die enorme Erweiterung des Massenbegriffs schon in der speziellen Relativitätstheorie durch die Äquivalenz von träger Masse und Energie. Wegen der Äquivalenz von träger Masse und (passiver) schwerer Masse (der Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie) erwarten wir, dass mit jeder Energiedichte ε eine Massendichte $\rho = \varepsilon/c^2$ verknüpft ist. Tatsächlich ist ρ in Gleichung (2) so zu interpretieren. (Dies ist nicht die einzige Neuinterpretation in der Gleichung (2), die die allgemeine Relativitätstheorie mit sich bringt: Der letzte Term, die Konstante k, bekommt die Bedeutung der Raumkrümmung. Diese verschwindet nur im Fall $k=0$, der somit der euklidischen Geometrie entspricht. Da empirisch mit hoher Genauigkeit $k\equiv 0$ ist, werden wir diesen Term in der Folge vernachlässigen.)

Nur wenn $M = (4\pi/3)\rho r^3$ konstant ist, folgt durch Differentiation der Gleichung (1) das Gravitationsgesetz $\ddot{r} = -GM/r^2$. Die Erhaltung der Masse gilt aber nur für kalte druckfreie Materie (Staub). Z.B. ist für thermische elektromagnetische Strahlung (Photonengas) zwar die mittlere Photonenzahl erhalten, aber wegen der Rotverschiebung ist die Energie pro Photon proportional zu $1/r$, daher $\varepsilon \propto r^{-4}$ und M folglich nicht erhalten. Die Gleichung (2) lässt sich daher im Allgemeinen nicht als Energieerhaltungssatz interpretieren und M nicht als (aktive) schwere Masse, weil es nicht das Newtonsche Gravitationsgesetz liefert. Auf Grund der Überlegungen am Beginn dieses Abschnitts ist aber zu erwarten, dass dieses Gesetz weiterhin gilt, wenn auch wegen der Verletzung der Energieerhaltung mit einer zeitabhängigen Masse M_{grav}. Diese *aktive* schwere Masse lässt sich mit folgendem Argument finden: Die Verletzung der Energieerhaltung geht mit dem Nichtverschwinden des Drucks einher, weil unsere Kugel Expansionsarbeit leistet, deren Inkrement wie in der Thermodynamik durch $\delta W = p dV \propto p d(r^3)$ gegeben ist. Diese Arbeit geht auf Kosten der Energie Mc^2: $c^2 dM = -\delta W$ (vgl. den ersten Hauptsatz der Thermodynamik $dE = \delta Q - \delta W$; da die geordnete Expansion des Universums keine Wärme erzeugt und es auch keinen Außenraum gibt, aus dem das Universum Wärme aufnehmen könnte, verschwindet der Wärmeterm δQ). Der Energie erhaltungssatz verallgemeinert sich daher zur Bilanzgleichung

$$c^2 (\rho r^3)^{\cdot} + p(r^3)^{\cdot} = 0 \ , \qquad (3)$$

von der wir gleich Gebrauch machen. Wie im druckfreien Fall wollen wir das Gravitationsgesetz durch Differentiation der Gleichung (1) gewinnen:

$$\dot{r}\,\ddot{r} = -\frac{G}{r^2}\left(M + \frac{4\pi}{c^2}\,p\,r^3\right)\dot{r} \quad .$$

Mit Hilfe von (3) bekommen wir

$$\dot{M} = \frac{4\pi}{3}\,(p\,r^3)^{\dot{}} = -\frac{1}{c^2}\,\frac{4\pi}{3}\,p\,(r^3)^{\dot{}} = -\frac{4\pi}{c^2}\,p\,r^3\dot{r}$$

daher

$$\dot{r}\,\ddot{r} = -\frac{GM}{r^2}\dot{r} + \frac{G\dot{M}}{r}$$

und schließlich das Newtonsche Gesetz

$$\ddot{r} = -\frac{GM_{grav}}{r^2} \tag{4}$$

mit

$$M_{grav} = \frac{4\pi}{3}\,r^3\rho_{grav}$$

und

$$\rho_{grav} = \rho + 3\,\frac{p}{c^2} \quad . \tag{5}$$

Diese bemerkenswerte Gleichung besagt, dass neben der Energiedichte auch der Druck zur Dichte der aktiven schweren Masse beiträgt, d.h. träge und aktive schwere Masse sind nicht äquivalent! (Dies ist auch ein wesentliches Resultat der allgemeinen Relativitätstheorie und nicht zu verwechseln mit der bereits verwendeten Äquivalenz von träger und passiver schwerer Masse strukturloser Testteilchen, die Voraussetzung der Theorie ist.)

Aus (3) und (5) ist ersichtlich, dass $M_{grav} = 0$ nur dann, wenn $p=0$ oder $p = -\varepsilon/3$. Im letzteren Fall ist überhaupt $M_{grav} = 0$. Wir sehen sogar, dass ein Medium mit der *Zustandsgleichung* $p = w\,\varepsilon$ gravitativ abstößt, wenn $w<-1/3$. Ein derartiges Medium könnte die kosmische Akzeleration bewirken! Aber gibt es solche Medien überhaupt? Negativer Druck herrscht z.B. in einem Festkörper, der unter Zug gesetzt wird, aber das ist nicht sein natürlicher Zustand und der Druck ist im Vergleich zur Energiedichte auch völlig vernachlässigbar.

Es gibt aber einen natürlichen Kandidaten für ein Medium mit negativem Druck: den von Quantenfluktuationen erfüllten leeren Raum, das sogenannte Vakuum der Quantenfeldtheorie. Diese Quantenfluktuationen kann man sich als Erzeugung und Vernichtung kurzlebiger („virtueller") Teilchen-Antiteilchen-Paare aller Sorten veranschaulichen. Sie sind wegen der Energie-Zeit-Unschärferelation immer vorhanden, eine naive Berechnung ihrer Energiedichte gibt sogar ein unendliches Resultat! Divergenzen wie diese sind für die Quantenfeldtheorie typisch und lassen sich durch den Algorithmus der Renormierung beseitigen, der verbleibende endliche Rest wird aber erst durch Messung fixiert.

Es könnte nun sein, dass die kosmische Akzeleration, verursacht durch ein negatives ρ_{grav}, über die Beziehung (5) gerade einen solchen Messwert für die Observable $\varepsilon+3p$ des Vakuums bereitstellt. Um das zu überprüfen, benötigen wir die Zustandsgleichung des Vakuums. Dazu verwenden wir wieder die Energiebilanz $dE=-p\,dV$. Wenn wir das Volumen des leeren Raumes erhöhen, ändert sich an seinen inneren Eigenschaften nichts, insbesondere bleibt seine Energiedichte dieselbe. Mehr Raum bedeutet also einfach aliquot mehr Energie oder $dE=-\varepsilon dV$. Der Vergleich mit der Energiebilanz liefert die *Zustandsgleichung des Vakuums* $p=-\varepsilon (w=-1)$. Falls $\varepsilon > 0$, hat das Vakuum also tatsächlich eine *negative* schwere Massendichte $\rho_{grav} = (\varepsilon+3p)/c^2 = -2\varepsilon/c^2$! Wie eben argumentiert ändert sich die Vakuumenergiedichte unter der Expansion nicht (diese zeitliche Konstanz folgt auch aus der Bilanzgleichung (3) und der Zustandsgleichung). Die Konstante $\Lambda = 8\pi G\,\varepsilon/c^2$ wird als *kosmologische Konstante* bezeichnet (sie wurde bereits 1917 von Einstein aus rein klassischen Überlegungen eingeführt, später aber wieder verworfen). Um Verwechslungen zu vermeiden, werden wir ab jetzt die Vakuumenergiedichte als ε_Λ notieren.

Die Akzeleration des Universums lässt sich also am einfachsten dadurch erklären, dass die gesamte Energiedichte ε zwei Hauptbeiträge enthält, nämlich die Energiedichte ε_M der druckfreien Materie und die Vakuumenergiedichte ε_Λ. Weitere Beiträge kommen von Photonen (kosmische Hintergrundstrahlung) und Neutrinos, sind aber heutzutage vernachlässigbar (obwohl sie im frühen Universum dominiert haben). Wir kennen jetzt alle Voraussetzungen, um die gesuchte Dynamik des Skalenfaktors $a(t)$ in Abhängigkeit von messbaren Parametern bestimmen zu können. Diese Parameter sind die Hubble-Konstante H_0 und die Energiedichten $\varepsilon_{M,0}$ und $\varepsilon_{\Lambda,0}$. Statt der letzteren verwenden wir die dimensionslosen Dichteparameter $\Omega_M \equiv (\rho_M/\rho_{crit})_0$ und $\Omega_\Lambda \equiv (\rho_\Lambda/\rho_{crit})_0$. Unser Ausgangspunkt ist die Gleichung (2), in der wir ohne Weiteres $r(t)$ durch $a(t)$ ersetzen können:

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G\rho}{3}\,a^2 = \frac{8\pi G}{3H_0^2}\left(\rho_{M,0}\,\frac{\rho_M}{\rho_{M,0}} + \rho_\Lambda\right)a^2 H_0^2 =$$

$$= \left(\Omega_M\left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_\Lambda\right)a^2 H_0^2 = \left(\Omega_M\,\frac{a_0^3}{a} + \Omega_\Lambda\,a^2\right)H_0^2$$

oder

$$\left(\frac{\dot{a}}{a_0}\right)^2 = \left(\Omega_M\,\frac{a_0}{a} + \Omega_\Lambda\left(\frac{a}{a_0}\right)^2\right)H_0^2 \tag{6}$$

(im dritten Schritt haben wir die materielle Massenerhaltung $\rho_M\,a^3 = const$ verwendet). Da $a_0/a = 1+z$, haben wir mit $\dot{a}/a_0$ auch die explizite Integraldarstellung der Funktionen $r_0(z)$ und $t_1(z)$ vom Ende des vorigen Abschnitts und damit die theoretischen Vergleichskurven der Abb. 1 gewonnen. Die Bewegungsgleichung (6) ist in zwei Grenzfällen besonders einfach lösbar:

Im Fall der Materiedominanz ist $a(t) \propto t^{2/3}$, im Fall der Vakuumdominanz ist

$$a(t) \propto \exp\left(t\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}\right) \quad .$$

Die dezelerierende Lösung entspricht dem alten Standardmodell mit $\Lambda=0$, die konstant akzelerierende beschreibt das asymptotisch zukünftige Verhalten eines jeden Universums mit $\Lambda>0$ (mit möglichen Ausnahmen im Fall $k > 0$).

In welchem Stadium befindet sich derzeit unser Universum? Dazu benötigen wir die Werte der kosmologischen Parameter. Die Hubble-Konstante wird aus dem Hubble-Diagramm bestimmt und beträgt $H_0 \approx 75 km/(s \cdot Mpc)$ *Mpc* steht für Megaparsec). Äquivalent dazu ist die Angabe $H_0^{-1} \approx$ 14 Milliarden Jahre; wegen der Akzeleration ist H_0^{-1} nicht mehr obere Schranke für das Weltalter und hat zufälligerweise sogar annähernd dessen Wert. Ω_M und Ω_Λ können durch Anpassung der theoretischen Vorhersage an das empirische Hubble-Diagramm (vgl. Abb. 1), aber auch auf andere Weise bestimmt werden. Die materielle Massendichte ist die Summe zweier Anteile, $\Omega_M = \Omega_b + \Omega_{dm}$. Der erste kommt von der „normalen", aus Nukleonen und Elektronen bestehenden sogenannten *baryonischen Materie* und beträgt $\approx$ 0,04 (nur ca. ein Zehntel davon stammt von leuchtender Materie, sodass 99,5 % des Energieinhalts des Universums unsichtbar ist!). Dazu kommt der ca. fünfmal größere Beitrag der sogenannten *dunklen Materie*, die nur gravitativ nachweisbar ist und möglicherweise aus noch unbekannten, nur schwach wechselwirkenden Elementarteilchen besteht, mit $\Omega_{dm} \approx 0{,}23$. Für die Dynamik maßgeblich ist nur die Summe $\Omega_M \approx 0{,}27$. Der Vakuumbeitrag dominiert mit $\Omega_\Lambda \approx 0{,}73$, sodass sich unser Universum bereits im Übergang zum Endstadium exponentieller Expansion befindet. Allerdings dominiert das Vakuum erst seit ca. 5 Milliarden Jahren über die Materie. Dass die Summe aus Materie- und Vakuumenergie ziemlich genau den kritischen Wert hat, $\Omega = \Omega_M + \Omega_\Lambda \approx 1{,}00$, entspricht dem bereits erwähnten empirischen Befund des Verschwindens der Raumkrümmung. Dieser Befund ist höchst bemerkenswert, weil in einem gewissen Sinne unwahrscheinlich. Die einfachste Erklärung dafür liefert die sogenannte *Inflationshypothese*, deren Diskussion jedoch den Rahmen dieses Artikels sprengen würde. Wir halten noch fest, dass im Fall $\Lambda>0$ die Massendichte ρ_{crit} nur bezüglich der Raumgeometrie kritisch ist, aber nicht bezüglich des Rekollapses des Universums. Dieser wird i.A. auch dann nicht stattfinden, wenn die kritische Dichte überschritten wird.

Zukunftsaussichten und Alternativen

Die kosmologische Konstante bzw. Vakuumenergie erkärt auch andere, hier nicht diskutierte empirische Resultate (z.B. macht sie das Universum älter als die ältesten Sterne, was im alten Standardmodell nicht gewährleistet war!). Sie ist Bestandteil des einfachsten kosmologischen Modells, das alle bisherigen Beobachtungen erklären kann, des sogenannten Konkordanz- oder LCDM-Modells (CDM steht für cold dark matter).

Wenn es stimmt, sieht die Zukunft des Universums aus menschlicher Sicht einsam aus: Wegen der exponentiellen Expansion werden alle Galaxien mit Ausnahme unserer nächsten Nachbarn unserem Sichtbarkeitshorizont entschwinden und die extragalaktische Astronomie wird ihren Gegenstand verlieren, wenn auch erst in vielen Milliarden Jahren.

Die kosmologische Konstante ist aber nur das einfachste Modell der sogenannten dunklen Energie, wie die Quelle der gravitativen Abstoßung allgemein bezeichnet wird. In einem anderen Modell tritt an Stelle der kosmologischen Konstante ein skalares Feld, das Quintessenz genannt wird (in Anlehnung an das geheimnisvolle fünfte Element der antiken Naturphilosophie; die moderne Version ergänzt die 4 Hauptbestandteile des Universums: dunkle Materie, baryonische Materie, Photonen und Neutrinos). Dieses Skalarfeld wirkt wie eine zeitlich abfallende kosmologische Konstante, sodass der dunkle Energieanteil immer im heutigen Rahmen bleibt. Damit löst es das sogenannte *Koinzidenzproblem*, nämlich die Frage, warum wir gerade in der Zeit des Umbruchs zur Dominanz der dunklen Energie leben. Allerdings löst es nicht das gravierendere Problem der kosmologischen Konstante, nämlich warum Λ nicht die auf Grund einer quantenfeldtheoretischen Dimensionsanalyse zu erwartende Größenordnung hat, die den Beobachtungswert um einen Faktor 10^{123} übertrifft! (Offenbar löst auch $\Lambda=0$ dieses Problem nicht.) Im Gegensatz zur Quintessenz sagt ein anderes Modell sogar ein effektives Anwachsen der *kosmologischen Konstante* voraus, was zum sogenannten „Big Rip" führt: Nicht nur Galaxien werden auseinandergerissen, sondern schließlich auch Atome und Atomkerne.

Es bestehen jedoch auch ernstzunehmende Zweifel, ob die Akzeleration des Universums überhaupt real ist. Vielleicht sind die Supernovae vom Typ Ia doch nicht so gute Standardkerzen. Andererseits könnte die unerwartete Rotverschiebung-Entfernungsrelation auch ein Effekt der Inhomogenitäten des Universums sein. Die Akzeleration wäre dann eine Illusion, erzeugt durch die unzulässige Mittelung über diese Inhomogenitäten im Standardmodell der Kosmologie, und alle mehr oder weniger bizarren Modelle für ihre Erklärung wären hinfällig. Ob dieser Einwand stichhaltig ist, muss sich erst zeigen. Noch kann aber nicht ausgeschlossen werden, dass das Nobelpreiskomitee mit seiner am Anfang dieses Artikels zitierten Begründung voreilig war.

Weiterführende Hinweise

High z Super Nova Search: Brian Smith und Mitarbeiter: *http://www.cfa.harvard.edu/supernova//HighZ.html*

Supernova Cosmology Project: Saul Perlmutter und Mitarbeiter: *http://newscenter.lbl.gov/feature-stories/2009/10/27/evolving-dark-energy/*