

# Aerodynamik im Sport

## Zur Physik des Schispringens

Wolfram Müller

### 1. Einleitung

Aerodynamische Kräfte spielen in einer Reihe von Sportarten eine wettkampftscheidende Rolle. Das gilt z.B. für den alpinen Schilauflauf, Radrennen, Auto- und Motorradrennen, Leichtathletikbewerbe, Segeln und Surfen, Motor- und Segelfliegen, Fallschirmspringen, Ballspiele, Schispringen und viele weitere. Am Beispiel des Schispringens werden grundlegende Fragen der Aerodynamik des Sports behandelt, experimentelle Probleme bei Windkanalmessungen besprochen und der Einfluss der Luftkräfte auf die Flugbahn mit Hilfe eines Computersimulationsmodells analysiert. Für die realitätsnahe Abbildung der Sportwirklichkeit werden die experimentell gefundenen Daten aus dem Windkanal als Input-Größen bei der Lösung der nichtlinearen gekoppelten Bewegungsgleichungen verwendet. Damit wird der Einfluss von Positionsänderungen des Athleten auf die Flugbahn nachvollziehbar.



Der hier skizzierte Zugang zum Verständnis des Bewegungsablaufes beim Schispringen birgt eine Reihe von grundlegenden physikalischen Fragestellungen, die zu einem Teil mit den Mitteln der Schulphysik verstanden werden können, zum anderen Teil aber auch sehr schwierige Kapitel der Physik berühren wie zum Beispiel turbulente Strömungen oder auch die noch ungeklärten Fragen hinsichtlich einer Theorie der Reibung zwischen der Anlaufoberfläche (Schnee, Eis, Wasser oder Keramikspur) einerseits und der mit fluorierten Wachsen behandelten Kunststoffoberfläche des Schibelages andererseits. Das Präparieren der Schi ist nach wie vor eine "Geheimwissenschaft", da wir noch nicht über ein ausreichendes physikalisches Wissen zum Verständnis dieser Grenzflächenphänomene verfügen.

ao. Univ.-Prof. Dr. Wolfram Müller, Institut für Medizinische Physik und Biophysik, Harrachgasse 21/4, A-8010 Graz, Austria  
Vortrag anlässlich der ÖPG-Jahrestagung 2003

Der Sport eignet sich sicherlich dazu, Fragen der Physik im Unterricht von einer für die Studenten interessanten Perspektive aufzurollen, es sei aber eindringlich davor gewarnt den Anspruch zu erheben, mit Hilfe der meist stark reduktionistischen Beschreibungsansätze die höchst komplizierte Sportwirklichkeit vollständig verstehen zu wollen. Viele Studenten sind selbst Leistungssportler und würden realitätsfremde Folgerungen aus zu einfachen Beschreibungsansätzen sehr schnell erkennen. Es ist eine Herausforderung für den Pädagogen zu erkennen, welche physikalischen Analysen auch Praxisrelevanz im Sport haben und nur wenn dies sichergestellt ist, wird der Student für den Zugang zur Physik über Fragen des Sportes zu interessieren sein. Der Vergleich unserer beschränkten Möglichkeiten, die Bewegungen im Sport physikalisch zu verstehen, mit der fließenden und virtuoseren Lösung der Bewegungsaufgaben durch die Athleten eröffnet aber auch einen Zugang zu einem vertieften Verständnis der faszinierenden sensomotorischen Leistungsfähigkeit des Menschen. Es ist sehr zu empfehlen, die menschliche Sensorik und Motorik im Rahmen eines fächerübergreifenden Unterrichtes (Physik - Biologie - Chemie - Psychologie - Philosophie) in vertiefter Weise zu unterrichten. Es ist kaum vorstellbar, dass Schüler für diesen interdisziplinären Wissensbereich, der Voraussetzung für das Funktionieren jedes Lebewesens ist, nicht zu begeistern wären. Der weitaus größte Teil dieser motorischen Steuer- bzw. Regelungsvorgänge in uns wird ohne Bewusstsein automatisch bewältigt, läuft sozusagen "im Hintergrund", im "ratiomorphen Apparat" nach Egon Brunswik ab [1]. Dazu schreibt Rupert Riedl: "Wir Menschen neigen nun dazu, *den Anteil des Rationalen an unseren Leistungen* weit zu überschätzen. Und das ist höchst natürlich, denn es ist uns naturgemäß nur das Bewusste bewusst" [2]. Die physikalische Analyse von Vorgängen in der belebten Natur ist didaktisch nicht nur deshalb bedeutsam, weil "wir Physiker" damit auch Beiträge zu Wissensgebieten leisten, die noch vor wenigen Jahrzehnten keinen Eingang in die Schulphysikbücher gefunden hatten (die Physik wurde in dem Schulbuch, das ich als Schüler verwendete, noch als "Lehre von der unbelebten Natur" bezeichnet), sondern *vor allem* deshalb, weil die physikalische Analyse uns wesentlich helfen kann, um unseren Verständnishorizont der Wirklichkeit zu erweitern. Das physikalische Verständnis von Zusammenhängen erlaubt es erst, die Grenzen der physikalischen Methode zu erkennen.

"Jedem Phänomen, mag es nun durch eine Wahrnehmung aus der außersubjektiven Wirklichkeit oder durch Gefühle und Affekte aus unserem Inneren kommen, entspricht *etwas Reales*. Wirklichkeit ist keineswegs nur das physikalisch Definierbare und quantitativ Verifizierbare, sondern auch alles Gefühlsmäßige. Die Fähigkeit zu Liebe und Freundschaft mit allen sie begleitenden Gefühlen ist genauso im Laufe der menschlichen Phylogenese entstanden wie die Fähigkeiten zu messen und zu zählen. *Beide* Arten von Phänomenen beziehen sich auf *die-selbe* Wirklichkeit, zu der ein fühlender und erlebender Mit-

mensch ebenso gehört wie die mess- und zählbaren Dinge" formulierte der Mediziner und Ethologe Konrad Lorenz [3]. Welchen Stellenwert diese Thematik auch für Physiker seit langer Zeit hat, spiegelt sich zum Beispiel in den einleitenden Worten der Festrede von Erwin Schrödinger, die er anlässlich der Weltkraftkonferenz 1956 hielt: "Die Welt ist ein Konstrukt aus unseren Empfindungen, Wahrnehmungen und Erinnerungen" [4].

## 2. Physikalische Beschreibung des Schispringers

Das Schispringen stellt höchste Ansprüche an die sensomotorischen Fähigkeiten des Athleten, die es ihm gestatten, seine Position und Bewegung in Feinstform zu "regeln". Während des Anlaufes versucht der Athlet, die Beschleunigung seines Körpers maximal zu gestalten. Dies beginnt mit einem Abdruck vom Balken, physikalisch formuliert einem Kraftstoß. Auch die Höhe des Schwerpunktes im Moment des Abstoßes vom Balken spielt eine Rolle für die Endgeschwindigkeit. Während des Anlaufes wirkt der Luftwiderstand bremsend auf den Athleten und ebenso die Reibung zwischen Schi und Schnee bzw. Eis oder Keramikspur. Die Minimierung der Reibung zwischen Schi und Unterlage wird einerseits durch Präparation der Schi und andererseits durch feinfühliges Führen der Schi durch den Athleten erreicht. Mit größer werdender Anlaufgeschwindigkeit wächst die Bedeutung der Luftreibung. Der Staudruck und damit die Widerstandskraft wächst quadratisch mit der Geschwindigkeit (sofern der Widerstandsbeiwert konstant bleibt). Der Athlet kann durch Einnahme einer günstigen Hockeposition das Produkt aus seinem Widerstandsbeiwert und der angeströmten Fläche minimieren. Dadurch werden die Widerstandskräfte aufgrund der Luftströmung so klein wie möglich gehalten.

Das Training mit den Athleten im Windkanal zeigt, dass sehr routinierte und gute Springer ebenso wie Abfahrer individuell eine Hockeposition finden können, die sehr nahe am physikalisch messbaren Minimalwert liegt. Unerfahrene Athleten dagegen verlieren aufgrund ungünstiger Positionen wesentlich an Geschwindigkeit, dies wirkt sich natürlich negativ auf die Wettkampfergebnisse aus. Wenn wir in der Computersimulation das Anwachsen der Geschwindigkeit als Funktion der Zeit oder als Funktion der Anlauflänge nachvollziehen wollen, müssen wir die Gleichungen für die Bewegung auf einer schiefen Ebene, die dann in einen Kreisbogen vor der Schanze übergeht und schließlich am Schanzentisch wieder in eine schiefe Ebene mündet, berücksichtigen. Während des gesamten Anlaufes wirkt die Parallelkomponente der Schwerkraft auf die Masse des Athleten (mit seiner Ausrüstung) beschleunigend, der Luftwiderstand und der Reibungswiderstand zwischen Schi und Schnee verzögernd.

Etwa mit Beginn des ebenen, leicht nach unten geneigten Bereiches des Schanzentisches, beschleunigt der Schispringer mit Hilfe seiner Muskulatur seinen Körperschwerpunkt im rechten Winkel zum Schanzentisch. Dieser Kraftstoß erzeugt einen Impuls im rechten Winkel zur Anlaufgeschwindigkeit. Je nach Größe des Kraftstoßes gelingt es dem Athleten, seine Schwerpunktbahn im Moment des Abfluges mehr oder weniger stark zu heben. Aufgrund einer Schanzentischneigung von typisch  $10^\circ$  nach unten und den muskulären Möglichkeiten gelingt es dem Athleten, den Bahnwinkel im Moment des Abfluges um bis zu  $7^\circ$  anzuheben.

Sowohl die Richtung als auch der Betrag des Geschwindig-

keitsvektors im Moment des Verlassens der Schanze sind wesentliche Kriterien für die Flugweite. Mit der Maximierung des Absprungkraftstoßes ist aber noch keineswegs ein weiterer Sprung gewährleistet. Die hohe Kunst des Schispringens besteht zu einem wesentlichen Teil darin, die Richtung der Muskelkraft während des Absprunges so zu gestalten, dass der Athlet einen geeigneten Drehimpuls erhält, der es ihm ermöglicht, in kurzer Zeit nach vorne zu rotieren, um eine günstige aerodynamische Lage einzunehmen.

Bei typischen Anlaufgeschwindigkeiten im Bereich von etwa 25 m/s wirken beträchtliche Luftkräfte, so dass keinesfalls von einer Drehimpulserhaltung während des Fluges ausgegangen werden kann. Über dieses implizite Wissen verfügt der Schispringer selbstverständlich, denn bei fehlendem Drehmoment von außen würde er aufgrund des Drehimpulses, der beim Absprung erzeugt wurde, kontinuierlich weiter nach vorne rotieren und abstürzen. Der Schispringer antizipiert das auf ihn nach dem Absprung wirkende Luftdrehmoment und verlässt sich darauf, dass dieses Drehmoment ausreichen wird, um seine Vorwärtsbewegung im geeigneten Moment zu stoppen. Spätestens an diesem Punkt sollte es dem Physiker klar werden, welche enorm schwierige Optimierungsaufgabe der Athlet hier in wenigen Zehntelsekunden, also in "Echtzeit" zu lösen hat. Es ist für uns aus physikalischer Sicht nur schwer verständlich, wie es die Weltklasseathleten schaffen, diese äußerst schwierige Aufgabe zu bewerkstelligen. Das implizite physikalische Wissen des Athleten, das dazu erforderlich ist, übersteigt bei weitem unsere physikalischen Analysemöglichkeiten. Die Aufgabenstellung ist zudem noch erschwert dadurch, dass Böen von außen störend auf den Bewegungsablauf wirken und die Stabilität gefährden. Spitzenathleten sind in der Lage, diese Einflüsse von außen für eine zusätzliche Erhöhung der Flugweite zu nutzen. Dies geht natürlich nur dann, wenn die Richtung, aus der die Windböe bläst, dies zulässt.

Die Optimierungsaufgabe während der Flugphase, die der Athlet zu lösen hat, ist keineswegs einfacher als die Problemstellung während des Absprunges und in der ersten Flugphase danach. Das Gewicht zieht den Athleten nach unten, der Luftwiderstand verzögert seine Bewegung in Gegenrichtung zur momentanen Fluggeschwindigkeit (bei Windstille), der Auftrieb hebt den Athleten im rechten Winkel aus seiner Flugbahn heraus. Die Frage, welche Positionen der Athlet während des Fluges einnehmen soll, um in Hinblick auf möglichst große Flugweite optimale Luftkräfte zu bewirken, ist alles andere als leicht beantwortbar.

Während sich der Widerstand kurze Zeit nach dem Absprung besonders störend auswirkt, weil die Horizontalgeschwindigkeit dadurch reduziert wird, wirkt eben dieser Widerstand in einer späten Flugphase wesentlich weniger störend, da aufgrund der stärkeren Neigung der Flugbahn dieser Widerstand eine große Komponente in vertikale Richtung bekommt, wodurch die Beschleunigung des Athleten nach unten reduziert wird. Letzteres ist für eine Vergrößerung der Flugweite natürlich günstig. Gleichzeitig mit der optimalen Gestaltung des Widerstandes muss der Athlet versuchen, die Auftriebskraft aufgrund des Luftstromes zu maximieren. Der Auftrieb hebt den Athleten aus der Flugbahn, in einer frühen Phase hat diese hebende Kraft vorwiegend eine Komponente in vertikaler Richtung. In einer späteren Flugphase wird auch die nach vorne zeigende horizontale Komponente des Auftriebes bedeutsam. Diese Horizontalkomponente des Auftriebes beschleunigt den Athleten nach vorne, tatsächlich kann beobach-

tet werden, dass es manchen Athleten gelingt, während des Fluges nach vorne zu beschleunigen. In diesem Fall ist die bremsende Wirkung des Luftwiderstandes in horizontaler Richtung kleiner als die beschleunigende Wirkung der Auftriebskomponente. In der Sprache der Naturwissenschaften formuliert löst der Athlet mit Hilfe seines impliziten Wissens und seiner feinen sensorischen und motorischen Möglichkeiten ein äußerst schwieriges Optimierungsproblem mit einer sehr guten Annäherung an einen idealen Bewegungsablauf. Die Konstanz, mit der das gewisse Athleten immer wieder vollbringen können, entscheidet über ihre Klasse.

Um die Einflüsse auf die Flugbahn in physikalisch, expliziter Weise zu verstehen, benötigen wir die Differentialgleichungen der Bewegung:

$$\dot{v}_x \mid \mid \varphi F_d \cos \pi \varphi F_l \sin \pi \varphi \mathfrak{M} n$$

$$\dot{v}_y \mid \mid \varphi F_d \sin \pi \varphi 2 F_l \cos \pi \varphi \mathfrak{M} n \varphi g$$

$$\dot{x} \mid v_x; \dot{y} \mid v_y$$

$$F_g \mid mg; F_l \mid \frac{\Psi}{2} w^2 c_l A; F_d \mid \frac{\Psi}{2} w^2 c_d A$$

w... Windgeschwindigkeit, wobei:  $w \mid u \varphi v$

v... Bahngeschwindigkeit (nur bei Windstille, d.h. Böengeschwindigkeit  $u = 0$ , gleich der Geschwindigkeit des Luftstromes  $w$ )

$F_g$ ... Gewichtskraft

$F_l$ ... aerodynamischer Auftrieb ("lift")

$F_d$ ... aerodynamischer Widerstand ("drag")

$A$ ... Projektionsfläche

$\Psi$ ... Luftdichte

$c_l, c_d$ ... Auftriebs- bzw. Widerstandsbeiwert

$x$ ... Ortskoordinate horizontal in Vorwärtsrichtung

$y$ ... Ortskoordinate vertikal in Aufwärtsrichtung

$\pi$ ... Winkel der Flugbahntangente zur Horizontalen

Die Produkte aus Widerstandsbeiwert  $c_d$  mal der Projektionsfläche  $A$  bzw. Auftriebsbeiwert  $c_l$  mal  $A$  können in unserer Computersimulation als Inputgrößen zu jedem beliebigen Zeitpunkt verändert werden. Damit kann in der Simulation dem Umstand Rechnung getragen werden, dass sich die Position des Athleten relativ zum Luftstrom während des Fluges ändert. Die Produkte aus dem Widerstandsbeiwert und der Projektionsfläche bzw. dem Auftriebsbeiwert und der Projektionsfläche können durch Messungen im Windkanal bestimmt werden: Zu diesem Zweck ist der Athlet oder eine ihm nachgebauete Puppe in der jeweils entsprechenden Lage im Windkanal zu montieren. Es bedarf umfangreicher Messserien, um alle vorkommenden Positionen der Athleten in der Computersimulation mit hinreichender Genauigkeit nach vollziehen zu können. Für unsere Modellierung wurden 54 Positionen pro Athlet vermessen. Die erzielten Simulationsergebnisse mit Athleten wurden bereits an anderer Stelle detailliert beschrieben [5-8; 13].

### 3. Grundlegende aerodynamische Probleme im Sport

Aerodynamische Fragen im Sport berühren eine Reihe grundsätzlicher physikalischer Probleme. Die physikalischen Zusammenhänge können sowohl durch theoretische Studien (computational fluid dynamics, CFD) als auch experimentell im Windkanal untersucht werden.



Andreas Goldberger im Windkanal auf der 6-Komponenten-Waage

#### 3.1 Der theoretische Zugang

Die Navier-Stokes-Gleichungen beschreiben die Dynamik newtonscher Flüssigkeiten in deterministischer Weise. Aufgrund der Nichtlinearität sind mit der Behandlung dieser Differentialgleichungen große mathematische Schwierigkeiten verbunden. Exakte Lösungen gibt es nur in speziellen Fällen, wobei die Objekte einfache geometrische Formen haben, wie sie bei Sportlern nicht vorkommen. Die numerische Lösung wird bei großen Reynoldszahlen zunehmend schwieriger, selbst wenn Supercomputer für die numerische Lösung dieser nichtlinearen, partiellen Differentialgleichungen eingesetzt werden. Wegen der Nichtlinearität kann eine Veränderung der Geometrie oder von flüssigkeitsmechanischen Parametern zu einer Bifurkation führen und das nichtlineare Fluid-System kann deterministisches Chaos (turbulente Strömung) zeigen [9]. CFD-Studien haben sich als wertvoll erwiesen, um das Entwickeln von Modellen und Prototypen, die dann im Windkanal getestet werden, vorzubereiten. CFD wird in großem Umfang zum Beispiel in der Formel 1 oder auch für die Konstruktion von Rennbooten verwendet. Auch für das Schispringen wurden bereits CFD-Studien durchgeführt [10]. Die dünnen Grenzschichten rund um sich bewegende Körper müssen mit hoher Auflösung behandelt werden und die mit kleinräumigen Abweichungen verbundenen physikalischen Effekte können große Probleme ergeben, wenn präzise Berechnungen der Druckverteilungen und damit der Kräfte erforderlich sind. Der beste Zugang für Fragen im Sport ist sicherlich die Kombination von theoretischer Analyse und Experiment. Die dabei gefundenen besten aerodynamischen Werte für die jeweils in Frage stehende sportliche Bewegung muss dann noch im Feld durch den Athleten getestet werden. Beim Schispringen (und in vielen anderen Sportarten ebenso) ergeben die charakteristischen Dimensionen des Körpers und die vorkommenden Geschwindigkeiten Reynoldszahlen im Bereich zwischen  $10^4$  und  $10^6$ . In diesem Bereich können ausgeprägte Änderungen des Widerstandsbeiwertes auftreten. Das wurde schon 1912 von G. Eiffel [11] gezeigt. Der Widerstandsbeiwert einer Kugel oder eines Zylinders fällt hier abrupt um einen Faktor von rund 4 ab. Wieselsberger [12] hat schon 1921 darauf hingewiesen, dass dadurch die paradox anmutende Situation entstehen kann, dass ein Körper bei höherer Geschwindigkeit niedrigere Widerstandskraft erfährt.

Die theoretische Berechnung von Auftriebskräften gestaltet sich zumindest ebenso schwierig wie die Bestimmung der Wi-

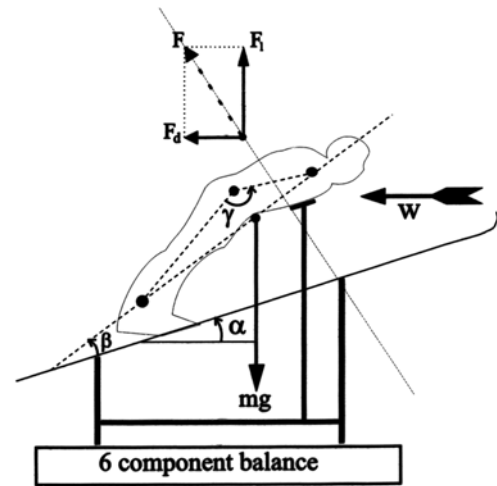
derstandskräfte. Für Zwecke des Sports ist es meist auch nicht zielführend, den Körper des Sportlers (mit seiner Ausrüstung) mit einem Tragflügel zu vergleichen. Tragflügel sind aerodynamisch geformte Körper, die für sehr geringe Anstellwinkel von wenigen Grad konzipiert sind. Ein Schispringer dagegen bewegt sich mit einem Anstellwinkel von rund  $50^\circ$  durch die Luft. Ein Schispringer ist somit ein äußerst ungünstig geformter Tragflügel in überzogenem Flugzustand. Das Verhalten von Tragflügeln im überzogenen Flugzustand ist technisch gesehen von geringem Interesse, da der Pilot es tunlichst vermeiden muss, in jenen Bereich zu kommen, der zu einem Zusammenbruch der Auftriebskräfte und damit zum Absturz führt. Der Schispringer hingegen befindet sich während des ganzen Fluges in diesem Strömungszustand und muss versuchen, in diesem überzogenen Flugzustand die Luftkräfte zu optimieren. Tatsächlich erreichen die Luftkräfte beim Schifliegen die Größe der Gewichtskraft, sodass der Schiflieger mit fast konstantem Gleitwinkel den Hang hinuntergleiten kann. Das Verhältnis der Auftriebskraft zum Widerstand erreicht beim Schispringer nur Werte geringfügig über 1, während es z.B. bei Hochleistungsseglern bis zu 50:1 betragen kann.

### 3.2 Windkanalmessungen

Die Messung von Kräften ist seit langer Zeit mit sehr hoher Genauigkeit möglich. Für die Messung von Kräften in Windkanälen werden Waagen (Dynamometer) in verschiedenster Ausführung verwendet. Um Auftriebskräfte, Widerstandskräfte, Querkräfte sowie die Drehmomente um die drei Raumachsen bestimmen zu können, sind 6-Komponenten-Waagen erforderlich. Praktisch wird die Genauigkeit der Kraftmessung nicht durch die Präzision des Kraftsensors bestimmt, sondern durch die Kraftschwankungen aufgrund der Turbulenzen im Luftstrom. Beim Untersuchen von Athleten im Windkanal kommt noch hinzu, dass man die Athleten nicht beliebig starr montieren kann, wodurch sich wiederum Ungenauigkeiten ergeben. Bei sehr genauer Positionierung des Athleten erreicht man eine Reproduziergenauigkeit von bestenfalls 1-2%. Auch die Aufhängung des Athleten und die Halterungsvorrichtungen für seine Ski beeinflussen den Luftstrom und damit die zu messenden Kräfte. Daher müssen die Halterungen aus dünnen Profilen gebaut sein, unter Verzicht auf hohe Steifigkeit des Systems. Ein Schispringer entspricht einer Projektionsfläche in der Größenordnung von  $0.5 \text{ m}^2$ , dies bedingt, dass die Luftströmung in der Umgebung des Athleten mit einer erhöhten Geschwindigkeit erfolgen muss (Kontinuitätsgleichung). Diese höhere Strömungsgeschwindigkeit in der Umgebung des zu untersuchenden Objektes führt zu einem weiteren Messfehler, dem sogenannten Versperrungseffekt. Für genaue Messungen sind daher Windkanäle mit großem Querschnitt und dadurch bedingt kleinen Versperrungseffekten erforderlich.

### 4. Praxisrelevanz für den Unterricht

Die Physik des Sportes birgt viele Möglichkeiten, um physikalische Fragen in einem Rahmen zu behandeln, der der Erfahrungswelt des Studenten nahe steht. Der Bogen spannt sich von elementaren physikalischen Grundlagen bis zu physikalisch sehr schwierigen Fragestellungen, die ebenfalls für den sportlichen Erfolg entscheidend sein können. Aufgrund der zumeist komplexen Situation erkennt der Student die Bedeu-



Kräfte und ihre Messung mittels 6-Komponenten-Waage

tung der physikalischen Modellbildung als Annäherung an die Wirklichkeit. Unmittelbar verbunden mit dem menschlichen Bewegungsvollzug sind Themen der kognitiven Neurowissenschaften und der Muskelphysiologie. Eine fächerübergreifende Behandlung sensomotorischer Prozesse im Körper bietet sich an. Unsere Fähigkeit zur Bewegung fasziniert zumindest ebenso wie unsere Fähigkeit zu denken.

### Literatur

- [1] Brunswik, E.: The relation of the person to his environment. *Acta Psychologica*, 11, 1955.
- [2] Riedl, R.: *Biologie der Erkenntnis*, Paul Parey Verlag, Berlin, 1980, 51.
- [3] Lorenz, K.: *Der Abbau des Menschlichen*, Piper, 1983, München, 279.
- [4] Schrödinger, E.: *Gesammelte Abhandlungen* (herausgegeben von der Österr. Akademie der Wissenschaften), Vieweg Verlag, Wien 1984.
- [5] Müller, W., DeVaney T.T.J.: The Influence of Body Weight on Ski Jumping Performance. In: *The Engineering of Sport*, Haake (Hg.) Balkema, Rotterdam 1996.
- [6] Müller, W., Platzer, D., Schmölzer, B.: Scientific approach to ski safety. *Nature* 375, 1995, p. 455.
- [7] Müller, W., Platzer, D., Schmölzer, B.: Dynamics of human flight on skis. Improvements on safety and fairness in ski jumping. *Journal of Biomechanics* 8, 1996, pp. 1061-1068.
- [8] Müller, W.: Biomechanics of ski-jumping. Scientific jumping hill design. In: E.Müller, H.Schwameder, E.Kornexl, C. Raschner (Hg.): *Science and Skiing*, E & FN SPON, London 1997, Chapman & Hall, 36-48.
- [9] Schuster, H.G.: *Deterministic Chaos*, VCH Verlag, Weinheim 1988.
- [10] Hanna, R.K.: Going faster, higher and longer in sport with CFD. In: *The Engineering of Sport*, Haake (Hg.) Balkema, Rotterdam 1996, pp. 3-10.
- [11] Wieselsberger: Der Luftwiderstand von Kugeln. *Z. Flugtech. Motor-Luftschiffahrt, ZFM* 5, 1914, pp. 140-144.
- [12] Eifel, G.: Sur la resistance des sphères dans l'air en mouvement. *Comptes Rendus* 155, 1912, pp. 1597-1599.
- [13] Schmölzer, B., Müller, W., 2002. The importance of being light: aerodynamic forces and weight in ski jumping. *Journal of Biomechanics* 35, 1059-69.